Salvador Macías Hernández
Rodolfo Gómez Vega

Interpolación de Lagrange

13/10/2003 Tarea No.7B

INTRODUCCIÓN. El problema de construir una función continuamente definida de datos discretos dados es inevitable siempre que uno desee manipular los datos de una manera que requiera la información no incluida explícitamente en los datos. La respuesta más sencilla que surge es la interpolación, que nos proporciona una ecuación con datos intermedios que se le aproximan en gran medida a la función original.

El problema de encontrar datos intermedios es algo del que se ha ocupado el mundo a través de su larga historia. Los primeros en desarrollar interpolaciones en sus investigaciones fueron los astrónomos babilónicos que utilizaron interpolación linear e orden avanzado para llenar los espacios en blanco en los calendarios astronómicos del sol, de la luna, y de los planetas entonces sabidos, anotados en tabletas cuneiformes como lo muestra la figura.

Después se tiene que Hipparchus de Rhodes utiliza la interpolación linear en la construcción de tablas de la ""chord-function"" (relacionada con la función del seno) con el fin de calcular la posición de cuerpos celestes.

En un impresionante ensayo llamado Almagest, Claudius Ptolomy usa una técnica de interpolación lineal “adaptiva” para la construcción de tablas de funciones de más de una variable con fines astronómicos.

En los años 600 un astrónomo Chino llamado Liu Zhuo usa una fórmula de interpolación equivalente a la versión de segundo grado de la fórmula Gregory-Newton.

En su trabajo Dhyanagraha, el astrónomo - matemático indú Brahmagupta describe un método de segundo grado para interpolar la función senoidal. Después en 665 en el trabajo Khandakhadyaka describe un método para interpolar funciones en intervalos de distinta magnitud.

En su trabajo Bhaskara I. Govindasvami usa una fórmula para interpolación equivalente a la fórmula de segundo orden de Newton-Gauss.

गच्छद्यात गुणान्तराहृत वपुर्यातैष्यदिष्वासनच्छे-
दाभ्यास समूह कार्मुक कृति प्राप्तात्, त्रिभिस्ताडितात् ।
वँदे: षड्भिरवाप्तमन्त्य गुणजे राश्योः क्रमाद्, अन्त्यभे
गन्तव्याहृत वर्तमान गुणजाच्चापाप्तमेकादिभिः ।।
अन्त्यादुत्क्रमतः क्रमेण विषमैः विशेषैः क्षिपेद्
भङ्क्त्वाप्तं, यदि मौर्विका विधिरयं मख्याः क्रमाद् वर्तते ।
शोध्यं व्युत्क्रमतस्तथाकृत फलं, . . .

Figura 4 Trabajo de Govindasvami

En 727 el chino Monk Yi Xing crea el calendario llamado Da Yan y para ese propósito utiliza una fórmula de interpolación que puede manipular datos a diferentes intervalos de muestreo

Un gran erudito Árabe de nombre Al-Biruni escribe su más grande trabajo al-Qanun'l-Mas'udi (en Latin Canon Masudicus), en el cual describe un método de interpolación de segundo orden.

En 1280 un matemático chino, Guo Shoujing, en conjunto con otros dos más. Producen su tratado "Works and Days Calendar" y para el cual usan métodos de interpolación de tercer grado.

En 1303 otro matemático chino Zhu Shijie, publica su más grande trabajo científico "Jade Mirror of the Four Origins" en el cual discute algunos problemas muy interesantes y dicta una serie de reglas para la interpolación muy parecidas a la fórmula de integración de Gregory-Newton.

Después de algunos siglos (1611) aparece Harriot que usa una fórmula de interpolación que usa diferencias de quinto orden que es totalmente equivalente a la fórmula de Gregory-Newton

En 1655 Wallis, en su "Arithmetica Infinitorum" es el primero en utilizar el verbo latín *interpolare* con un sentido matemático.

440 ARITHMETICA Prop. CLXVI.

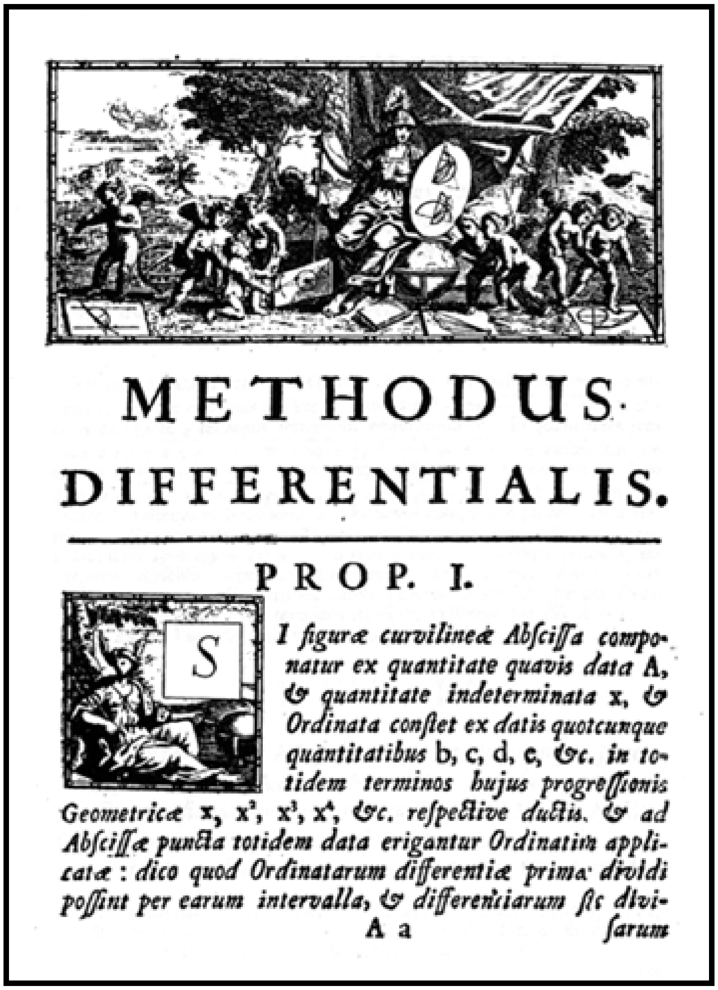
Item, per prop. 133, & 135, ſi interpolari poterit rationum ſeries iſta $\frac{1}{1}$, $\frac{1}{6}$, $\frac{1}{30}$, $\frac{1}{140}$, $\frac{1}{630}$, &c. ratio illa quæ primæ & ſecundæ ponenda eſt intermedia, eſt ea quam habet Semicirculus ad Quadratum diametri.

Sed & inſuper, ſi interpolari poterunt numeri diagoniales tabellæ prop. 132. nempe 1, 2, 6, 20, 70, &c. ratio quam habet unitas ad numerum eorundem primo & ſecundo intermedium, eſt ea quam habet Circulus ad Quadratum Diametri: & Ellipſis ad Parallelogrammum circumſcriptum. Ut probabitur, ex prop. ſeq.

PROP. CLXVI.

Theorema.

SI ſeries infinita Æqualium, Primanorum, Secundanorum, aut Tertianorum, &c. reſpective ducatur in ſeipſam inverſe poſitam; atque eadem etiam in ſeipſam directe poſitam: erit Aggregatum rectangulorum illorum, ad Aggregatum horum; ut 1 ad 1, 2, 6, 20, 70, &c. numeros diagoniales Tabellæ prop. 132.



METHODUS DIFFERENTIALIS.

PROP. I.

Si figuræ curvilineæ Abſciſſa componatur ex quantitate quavis data A, & quantitate indeterminata x, & Ordinata conſtet ex datis quotcunque quantitatibus b, c, d, e, &c. in totidem terminos hujus progreſſionis Geometricæ x, x², x³, x⁴, &c. reſpective ductis, & ad Abſciſſæ puncta totidem data erigantur Ordinatim applicatæ : dico quod Ordinatarum differentiæ primæ dividi poſſint per earum intervalla, & differentiarum ſic divi-

A a ſarum

En 1670 en una carta dirigida a Collins Gregory describe su fórmula que todos conocemos.

En 1675 Newton comienza sus trabajos en la fundación de la teoría clásica de interpolación y una de tantas pruebas, la podemos encontrar en su manuscrito "Methodus Differentialis" y en un manuscrito titulado Regula Differentiarum, escrito en 1676. Y otro en Lemma V del libro III de su Philosophiae Naturalis Principia Mathematica, publicado en 1687

En 1719 Stirling discute la fórmula de interpolación de Newton en su Methodus Differentialis y del cual se genera la que se conoce como la fórmula de Newton-Stirling.

En 1779 Waring publica una representación muy elegante de la fórmula general de Newton para interpolación de datos a intervalos desiguales y sin la necesidad de tener diferencias en el denominador. Hoy en día esta fórmula se le atribuye a Lagrange quien propuso la misma fórmula 16 años después.

Unos años después Euler redacta un tratado que contiene una variante de la fórmula de Newton parecida a la de Waring-Lagrange

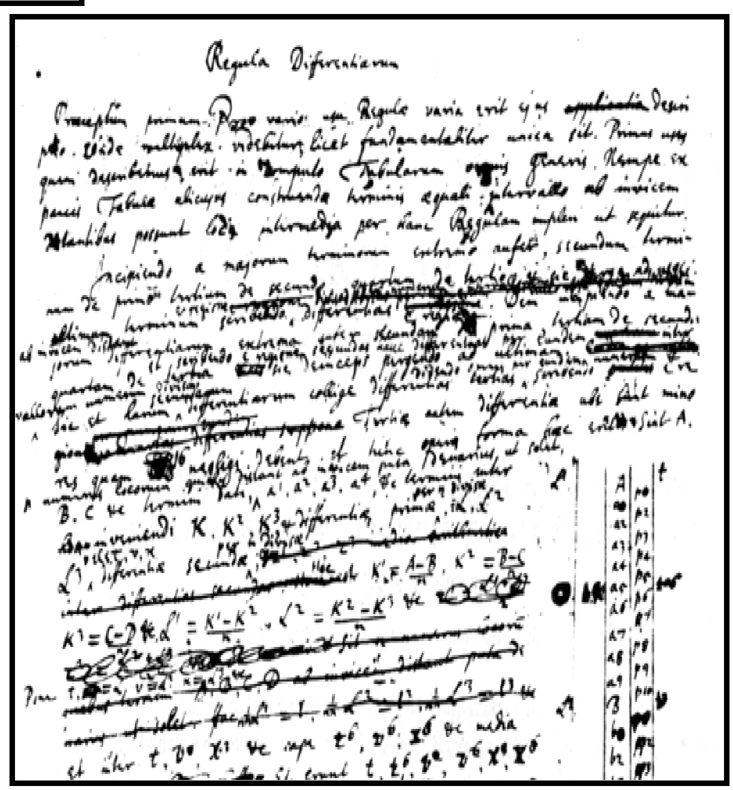
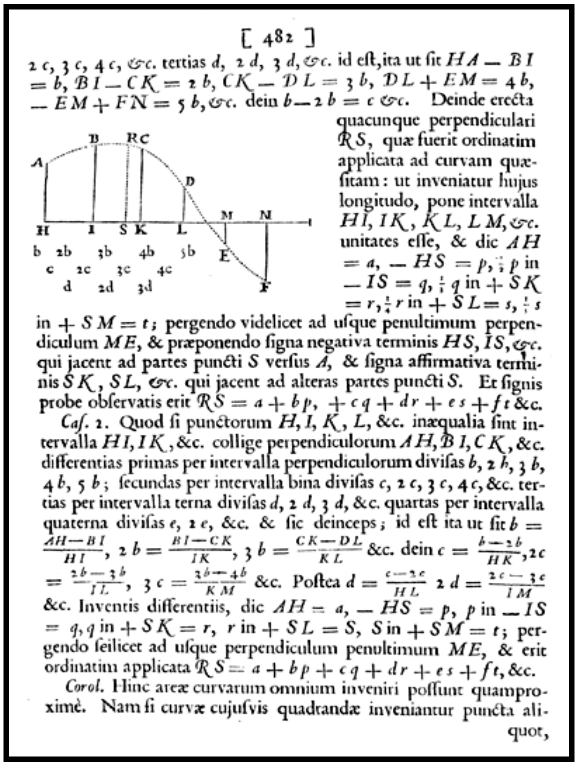


Figura 6 Regula Differentiarum, written in 1676 but first discovered in the 20th century



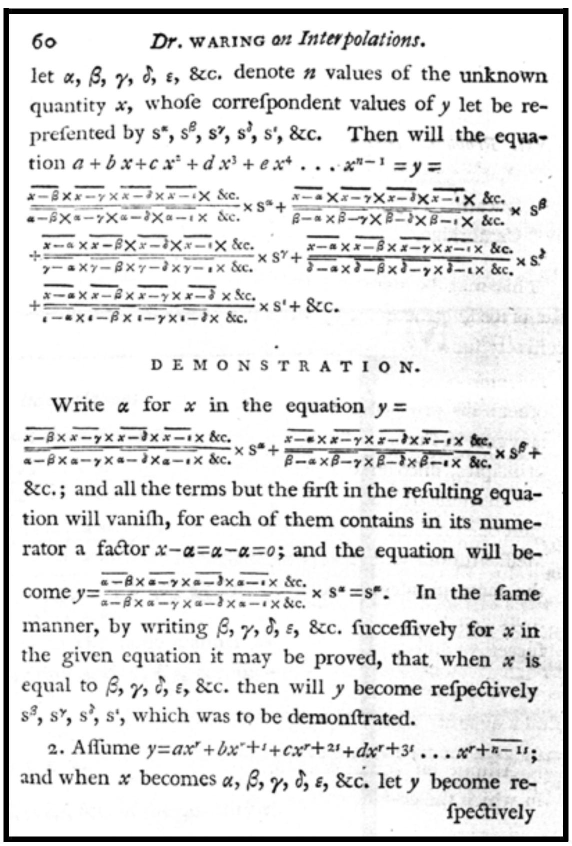
[482]

2 c, 3 c, 4 c, &c. tertias d, 2 d, 3 d, &c. id eſt, ita ut ſit $HA - BI = b$, $BI - CK = 2\,b$, $CK - DL = 3\,b$, $DL + EM = 4\,b$, $-EM + FN = 5\,b$, &c. dein $b - 2\,b = c$ &c. Deinde erecta quacunque perpendiculari RS, quæ fuerit ordinatim applicata ad curvam quæſitam: ut inveniatur hujus longitudo, pone intervalla HI, IK, KL, LM, &c. unitates eſſe, & dic $AH = a$, $-HS = p$, $\frac{1}{2}\,p$ in $-IS = q$, $\frac{1}{3}\,q$ in $+SK = r$, $\frac{1}{4}\,r$ in $+SL = s$, $\frac{1}{5}\,s$ in $+SM = t$; pergendo videlicet ad uſque penultimum perpendiculum ME, & præponendo ſigna negativa terminis HS, IS, &c. qui jacent ad partes puncti S verſus A, & ſigna affirmativa terminis SK, SL, &c. qui jacent ad alteras partes puncti S. Et ſignis probe obſervatis erit $RS = a + bp, + cq + dr + es + ft$ &c.

Caſ. 2. Quod ſi punctorum H, I, K, L, &c. inæqualia ſint intervalla HI, IK, &c. collige perpendiculorum AH, BI, CK, &c. differentias primas per intervalla perpendiculorum diviſas b, 2 b, 3 b, 4 b, 5 b; ſecundas per intervalla bina diviſas c, 2 c, 3 c, 4 c, &c. tertias per intervalla terna diviſas d, 2 d, 3 d, &c. quartas per intervalla quaterna diviſas e, 2 e, &c. & ſic deinceps; id eſt ita ut ſit $b = \frac{AH - BI}{HI}$, $2\,b = \frac{BI - CK}{IK}$, $3\,b = \frac{CK - DL}{KL}$ &c. dein $c = \frac{b - 2b}{HK}$, $2c = \frac{2b - 3b}{IL}$, $3\,c = \frac{3b - 4b}{KM}$ &c. Poſtea $d = \frac{c - 2c}{HL}$ $2\,d = \frac{2c - 3c}{IM}$ &c. Inventis differentiis, dic $AH = a$, $-HS = p$, p in $-IS = q$, q in $+SK = r$, r in $+SL = S$, S in $+SM = t$; pergendo ſcilicet ad uſque perpendiculum penultimum ME, & erit ordinatim applicata $RS = a + bp + cq + dr + es + ft$, &c.

Corol. Hinc areæ curvarum omnium inveniri poſſunt quamproxime. Nam ſi curvæ cujuſvis quadrandæ inveniantur puncta aliquot,

Figura 7 Lemma V from Book III of his celebrated *Philosophiae Naturalis Principia Mathematica*, published in 1687.



60 Dr. WARING *on Interpolations.*

let α, β, γ, δ, ε, &c. denote n values of the unknown quantity x, whoſe correſpondent values of y let be repreſented by s^{α}, s^{β}, s^{γ}, s^{δ}, s^{ε}, &c. Then will the equation $a + bx + cx^2 + dx^3 + ex^4 \ldots x^{n-1} = y =$

$$\frac{\overline{x-\beta}\times\overline{x-\gamma}\times\overline{x-\delta}\times\overline{x-\varepsilon}\times\&c.}{\overline{\alpha-\beta}\times\overline{\alpha-\gamma}\times\overline{\alpha-\delta}\times\overline{\alpha-\varepsilon}\times\&c.}\times s^{\alpha}+\frac{\overline{x-\alpha}\times\overline{x-\gamma}\times\overline{x-\delta}\times\overline{x-\varepsilon}\times\&c.}{\overline{\beta-\alpha}\times\overline{\beta-\gamma}\times\overline{\beta-\delta}\times\overline{\beta-\varepsilon}\times\&c.}\times s^{\beta}$$
$$+\frac{\overline{x-\alpha}\times\overline{x-\beta}\times\overline{x-\delta}\times\overline{x-\varepsilon}\times\&c.}{\overline{\gamma-\alpha}\times\overline{\gamma-\beta}\times\overline{\gamma-\delta}\times\overline{\gamma-\varepsilon}\times\&c.}\times s^{\gamma}+\frac{\overline{x-\alpha}\times\overline{x-\beta}\times\overline{x-\gamma}\times\overline{x-\varepsilon}\times\&c.}{\overline{\delta-\alpha}\times\overline{\delta-\beta}\times\overline{\delta-\gamma}\times\overline{\delta-\varepsilon}\times\&c.}\times s^{\delta}$$
$$+\frac{\overline{x-\alpha}\times\overline{x-\beta}\times\overline{x-\gamma}\times\overline{x-\delta}\times\&c.}{\overline{\varepsilon-\alpha}\times\overline{\varepsilon-\beta}\times\overline{\varepsilon-\gamma}\times\overline{\varepsilon-\delta}\times\&c.}\times s^{\varepsilon}+\&c.$$

DEMONSTRATION.

Write α for x in the equation $y =$
$$\frac{\overline{x-\beta}\times\overline{x-\gamma}\times\overline{x-\delta}\times\overline{x-\varepsilon}\times\&c.}{\overline{\alpha-\beta}\times\overline{\alpha-\gamma}\times\overline{\alpha-\delta}\times\overline{\alpha-\varepsilon}\times\&c.}\times s^{\alpha}+\frac{\overline{x-\alpha}\times\overline{x-\gamma}\times\overline{x-\delta}\times\overline{x-\varepsilon}\times\&c.}{\overline{\beta-\alpha}\times\overline{\beta-\gamma}\times\overline{\beta-\delta}\times\overline{\beta-\varepsilon}\times\&c.}\times s^{\beta}+$$
&c.; and all the terms but the firſt in the reſulting equation will vaniſh, for each of them contains in its numerator a factor $x-\alpha=\alpha-\alpha=0$; and the equation will become $y=\frac{\overline{\alpha-\beta}\times\overline{\alpha-\gamma}\times\overline{\alpha-\delta}\times\overline{\alpha-\varepsilon}\times\&c.}{\overline{\alpha-\beta}\times\overline{\alpha-\gamma}\times\overline{\alpha-\delta}\times\overline{\alpha-\varepsilon}\times\&c.}\times s^{\alpha}=s^{\alpha}$. In the ſame manner, by writing β, γ, δ, ε, &c. ſucceſſively for x in the given equation it may be proved, that when x is equal to β, γ, δ, ε, &c. then will y become reſpectively s^{β}, s^{γ}, s^{δ}, s^{ε}, which was to be demonſtrated.

2. Aſſume $y=ax^{r}+bx^{r+s}+cx^{r+2s}+dx^{r+3s}\ldots x^{r+\overline{n-1}s}$; and when x becomes α, β, γ, δ, ε, &c. let y become reſpectively

Figura 8E. Waring, "Problems Concerning Interpolations", *Philosophical Transactions of the Royal Society of London*, vol. 69, 1779, pp. 59-67.

En 1795 y en aparente desconocimiento de las publicaciones de Waring, y Euler. Lagrange publica la fórmula que lleva su nombre

En 1812 Gauss da una cátedra sobre interpolación en donde discute la fórmula de Newton y propone correcciones. En 1839 un pupilo, Encke, publica sus notas y entre ellas viene el método Newton-Gauss

Cauchy en su “Cours d'Analyse” estudia la interpolación por la media de la razón de dos polinomios y muestra que la solución es única y cuando el segundo polinomio es identico al primero se obtiene la fórmula de Waring-Lagrange

En 1824 Besel realiza los cálculos para describir los movimientos de la luna. Y detalla el procedimiento usado para la interpolación, puesto que no pudo observar la luna a cada momento. Y sin embargo el método resulto ser muy parecido al de Newton en su “Methodus Differentialis”. Y después de ello se conoció el método como Newton-Bessel

Enseguida Cauchy encuentra una expresión que representa el residuo que ocurre por el truncamiento de las series de interpolación

En 1860 Borchardt, and a little later Kronecker publican los primeros trabajos de interpolación multivariable.

Chebychef introduce a la ciencia matemática sus famosos polinomios, en los cuales los zeros son los óptimos valores de las abscisas y en el cual el valor absoluto del residuo de Cauchy es minimizado

Hermite publica su solución al problema de encontrar un polinomio que asuma valores de derivadas predefinidas en puntos dados.

En 1915 E. T. Whittaker estudia el método Newton-Gauss para un número infinito de abscisas equidistantes y para ciertas condiciones, la interpolación resultante converge en lo que llaman “Las funciones cardinales” que consiste en una sumatoria de términos de la forma sin(x)/x

En 1928 Nyquist recalca la importancia de realizar muestreos a intervalos menores de un medio el periódo de la función

En 1946 continuando con los trabajos de interpolación oscilatoria, Schoenberg prueba que cualquiera de los diez métodos polinomiales existentes se pueden escribir como una combinación lineal de funciones básicas desfasadas. Además de introducir el concepto de SPLINE, y comprueba que una gráfica de SPLINE se puede representar por una combinación de B-SPLINE

3.1. Polynomial spline curves of order *k*. A spline is a simple mechanical device for drawing smooth curves. It is a slender flexible bar made of wood or some other elastic material. The spline is place on the sheet of graph paper and held in place at various points by means of certain heavy objects (called "dogs" or "rats") such as to take the shape of the curve we wish to draw. Let us assume that the spline is so placed and supported as to take the shape of a curve which is nearly parallel to the x-axis. If we denote by $y=y(x)$ the equation of this curve then we may neglect its small slope y', whereby its curvature becomes

$$1/R = y''/(1 + y'^2)^{3/2} \approx y''.$$

The elementary theory of the beam will then show that the curve $y=y(x)$ is a polygonal line composed of cubic arcs which join continuously, with a continuous first and second derivative.[10] These junction points are precisely the points where the heavy supporting objects are placed.

3.11. *Description of spline curves of order k.* Our last remark suggests the following definition.

DEFINITION 4. *A real function $F(x)$ defined for all real x is called a spline curve of order k and denoted by $\Pi_k(x)$ if it enjoys the following properties*:

1) *It is compressed of polynomial arcs of degree at most $k-1$.*
2) *It is of class C^{k-2}, i.e., $F(x)$ has $k-2$ continuous derivatives.*
3) *The only possible function points of the various polynomial arcs are the integer points $x=n$ if k is even, or else the points $x=n+1/2$ if k is odd.*

Basandose en trabajos por Parker et al. (1983), Schreiner et al. (1996), Ostuni et al. (1997), Haddad & Porenta (1998), Grevera & Udupa (1998), diversos estudios independietes y a larga escala acerca de métodos de interpolación basada en convolusionare echos por Lehmann et al. (1999), Thevenaz et al. (2000). Llegaron a la conclusión de que los SPLINES otorgan el mejor desempeño y menor costo además de que menores errores se obtienen usando lo que se llama O-MOMS kernels recientemente introducidos por Blu et al. (2001).

INTERPOLACIÓN DE LAGRANGE

La interpolación lineal es el caso más sencillo de la interpolación polinomial. Se utiliza en la elaboración de tablas numéricas de funciones. Si una función desconocida f toma en los puntos x0 y x1 los valores f(x0) y f(x1), podemos aproximar la función en el intervalo [x0, x1] mediante la función lineal

$$P_1(x) = f(x_0) + \frac{x - x_0}{x_1 - x_0}(f(x_1) - f(x_0))$$

que es el único polinomio de grado menor o igual que uno que pasa por los puntos (x0, f(x0)) y (x1, f(x1)), pero también puede escribirse como:

$$P_1(x) = \frac{x - x_1}{x_0 - x_1}y_0 + \frac{x - x_0}{x_1 - x_0}y_1 = L_0(x)y_0 + L_1(x)y_1$$

donde:

$$L_0(x) = \frac{x - x_1}{x_0 - x_1} \quad \text{y} \quad L_1(x) = \frac{x - x_0}{x_1 - x_0}$$

Los polinomios L0 y L1 tienen la particularidad que:

$$L_i(x_j) = \delta_{ij} = \begin{cases} 1 & \text{si } i = j \\ 0 & \text{si } i \neq j \end{cases}$$

Lo anterior puede generalizarse:
Para construir un polinomio de grado menor o igual que n que pase por los n+1 puntos:

$$(x_0, y_0), \quad (x_1, y_1), \quad \dots \quad (x_n, y_n)$$

donde se supone que xi xià xj si ià j. Dicho polinomio viene dado por:

$$P_n(x) = L_{n,0}(x)y_0 + L_{n,1}(x)y_1 + L_{n,2}(x)y_2 + \cdots + L_{n,n}(x)y_n$$

donde cada polinomio Ln,i queda determinado por ser de grado n y anularse en x0, x1, . . . ,xi-1, xi+1, . . . , xn. Calculemos Ln,i: su factorización salvo el coeficiente principal es:

$$(x - x_0)(x - x_1)\cdots(x - x_{i-1})(x - x_{i+1})\cdots(x - x_n)$$

y por otro lado, debe valer 1 en xi, de modo que esto fija el coeficiente principal; la única solución es:

$$L_{n,i}(x) = \frac{(x-x_0)(x-x_1)\cdots(x-x_{i-1})(x-x_{i+1})\cdots(x-x_n)}{(x_i-x_0)(x_i-x_1)\cdots(x_i-x_{i-1})(x_i-x_{i+1})\cdots(x_i-x_n)} = \prod_{\substack{k=1 \\ k\neq i}}^{n} \frac{x-x_k}{x_i-x_k}$$

El polinomio Pn se llama polinomio interpolador de Lagrange para los puntos (x0, y0),(x1, y1), . . . , (xn, yn).
Existe un único polinomio de grado menor o igual que n que pasa por los n + 1 puntos (x0, y0), (x1, y1), . . . , (xn, yn).

EXISTENCIA DEL POLINOMIO DE LAGRANGE

La existencia está garantizada, ya que el polinomio de interpolación de Lagrange lo cumple. La unicidad también se da ya que, si suponemos que existen dos polinomios de grado menor o igual que n, P(x) y Q(x), que interpolan esos puntos, entonces R(x)=P(x)-Q(x) ser´a un polinomio de grado menor o igual que n, con n+1 raíces reales distintas.

R(xi) = P(xi) - Q(xi) = 0 i=0,1,...,n,

lo que significa que R(x) es el polinomio nulo,luego P(x)=Q(x).

CONCLUSIÓN

Un polinomio de interpolación de Lagrange, p, se define en la forma:

$$p(x) = y_0\ell_0(x) + y_1\ell_1(x) + \cdots + y_n\ell_n(x) = \sum_{k=0}^{n} y_k\ell_k(x)$$

en donde lo,l1,l2 son polinomios que dependen sólo de los nodos tabulados , pero no de las ordenadas . La fórmula general del polinomio es:

$$\ell_i(x) = \prod_{j=0,j\neq i}^{n} \frac{x-x_j}{x_i-x_j}$$

Para el conjunto de nodos x0,x1,x2, estos polinomios son conocidos como funciones cardinales. Utilizando estos polinomios en la ecuación obtenemos la forma exacta del polinomio de interpolación de Lagrange.

EJEMPLO Suponga la siguiente tabla de datos:

X	5	-7	-6	0
Y	1	-23	-54	-954

Construya las funciones cardinales para el conjunto de nodos dado y el polinomio de interpolación de Lagrange correspondiente

Las funciones cardinales, empleando la fórmula de Lagrange resultan ser:

$$\ell_0(x) = \frac{(x+7)(x+6)x}{(5+7)(5+6)5} \qquad \ell_1(x) = \frac{(x-5)(x+6)x}{(-7-5)(-7+6)(-7)}$$
$$\ell_2(x) = \frac{(x-5)(x+7)x}{(-6-5)(-6+7)(-6)} \qquad \ell_3(x) = \frac{(x-5)(x+7)(x+6)}{(0-5)(0+7)(0+6)}$$

El polinomio de interpolación de Lagrange es:

$$p_3(x) = \ell_0(x) - 23\ell_1(x) - 54\ell_2(x) - 954\ell_3(x)$$

PROGRAMA
CÓDIGO

```
'--------------------------------------------------------------
'   PROGRAMA INTERPOLAR POR EL M□TODO DE LAGRANGE
'--------------------------------------------------------------

LET A3 = 0     'Asignaci¢n de variables
LET N = 0
LET XI = 0
LET MIENTRAS = 1
LET RESULTADO = 0

CLS
PRINT "PROGRAMA PARA INTERPOLAR POR EL M□TODO DE LAGRANGE"
PRINT "========================================="
INPUT "Cuantos valores vas a interpolar ", N
INPUT "En que abscisa vas a interpolar ", XI
DIM A(N, 2)
FOR MI = 1 TO N
 INPUT "Dame el valor X: ", A(MI, 1)
 INPUT "Dame el valor Y: ", A(MI, 2)
NEXT
```

```
FOR MI = 1 TO N
 MIENTRAS = 1
 FOR MB = 1 TO N
  IF MI = MB THEN
  ELSE
   MIENTRAS = MIENTRAS * (XI - A(MB, 1)) / (A(MI, 1) - A(MB, 1))
  END IF
 NEXT
 RESULTADO = RESULTADO + A(MI, 2) * MIENTRAS
NEXT
PRINT "El resultado es:"
PRINT RESULTADO
```

CORRIDA DEL PROGRAMA

```
PROGRAMA PARA INTERPOLAR POR EL MÉTODO DE LAGRANGE
=====================================================
Cuantos valores vas a interpolar 4
En que abscisa vas a interpolar 5
Dame el valor X: 1
Dame el valor Y: 1
Dame el valor X: 2
Dame el valor Y: 4
Dame el valor X: 4
Dame el valor Y: 16
Dame el valor X: 6
Dame el valor Y: 36
El resultado es:
 25
```

BIBLIOGRAFÍA

Análisis Numérico
Richard L. Buden; J. Douglas Faire

Numerical methods for scientists and engineers
R.W. Hamming

Qbasic, del menú de ayuda
Microsoft

A Chronology of Interpolation: From Ancient Astronomy to Modern Signal and Image Processing
ERIK MEIJERING, MEMBER, IEEE

Cálculo NuméricoInterpolación polinómica de Lagrange: – (Formas de Lagrange, Newton y Splines)
Por César Menéndez Fernández

http://www.uv.es/~diaz/mn/node38.html

http://imagescience.bigr.nl/meijering/research/chronology/

http://descartes.cnice.mecd.es/Bach_HCS_1/Interpolacion/interpolacion_2.htm

http://webdiee.cem.itesm.mx/web/servicios/archivo/tutoriales/metodos/algoritmos/aprox/l...